

# De lo puntual a lo infinito a través de un hilo finito de carga

From point to infinity  
through a finite thread of charge

David Marqués Villarroya <sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física y Química, IES José Vilaplana. Avinguda Gil d'Atrosillo, 26, 12500 Vinaròs, Castelló. España.

\*E-mail: [d.marquesvillarroy@edu.gva.es](mailto:d.marquesvillarroy@edu.gva.es)

Recibido el 27 de noviembre de 2022 | Aceptado el 20 de abril de 2023

## Resumen

En este trabajo se muestra que un mismo sistema físico real puede reducirse a un sistema puntual o infinito en ciertas condiciones particulares. Para ello se calcula el campo eléctrico creado por un hilo finito cargado uniformemente y se observa que ese mismo sistema físico real se puede comportar como una carga puntual o como todo lo contrario, un hilo infinito. El objetivo de este artículo es mostrar un ejemplo práctico sobre lo que llamamos modelos infinitos y puntuales en física para su aplicación en la enseñanza de la física a un nivel preuniversitario.

**Palabras clave:** Hilo finito; Campo eléctrico; Sistema puntual; Sistema infinito.

## Abstract

This work shows that the same real physical system can be reduced to a point or infinite system under certain particular conditions. For this, the electric field created by a uniformly charged finite thread is calculated and it is observed that the same real physical system can behave as a point charge or as the opposite, an infinite wire. The objective of this article is to show a practical example of infinite and punctual models in physics for their application in the teaching of pre-university physics.

**Keywords:** Finite thread; Electric field; Point system; Infinite system.

## I. INTRODUCCIÓN

Los conceptos de sistemas infinitos y puntuales son una idealización muy utilizada en física ya que permiten simplificar el análisis de ciertos problemas (Tipler y Mosca, 2010). Por ejemplo, en el campo de la dinámica y de la cinemática el concepto de masa puntual permite estudiar las interacciones y los movimientos de los objetos considerándolos un punto en el espacio donde se concentra toda la masa (centro de masas), simplificando bastante el problema en sí (Halliday y Resnick, 1961). Por otra parte, en electrostática, el concepto de infinito permite poder considerar campos eléctricos constantes, por ejemplo, en el campo creado por planos infinitos, lo cual se puede aplicar al estudio del campo creado por condensador plano, lo cual simplifica notablemente el estudio del condensador (Gil Díez, 2002).

De acuerdo con Snieder y van Wijk (2010), los sistemas puntuales se caracterizan por carecer de dimensiones espaciales o geométricas, por lo que se trata de entes adimensionales que no ocupan un lugar en el espacio y sin embargo poseen ciertas propiedades físicas como masa o carga. Mientras que los sistemas infinitos se caracterizan por tener dimensiones espaciales sin límites definidos, es decir, son entes físicos cuyas propiedades físicas como la masa o la carga se extienden sin límite alguno.

Ningún sistema real es un sistema puntual o infinito, se trata de modelos idealizados que se pueden aplicar solo en ciertas condiciones o puntos de vista de un mismo problema. Según Tipler y Mosca (2006), los sistemas puntuales son

una modelización adecuada siempre y cuando el tamaño, la forma y la estructura del sistema sean irrelevantes respecto del contexto donde se encuentra (por ejemplo, cualquier sistema finito se verá y se comportará como un sistema puntual si nos encontramos lo suficientemente alejados del sistema); en tanto que, los sistemas infinitos son una modelización adecuada cuando el contexto donde se encuentra el sistema es irrelevante frente al sistema (por ejemplo, cualquier sistema finito se verá y comportará como un sistema infinito si nos encontramos lo suficientemente cerca del sistema).

En este artículo vamos a estudiar un sistema físico concreto de forma cuantitativa: el campo eléctrico generado por un hilo finito de carga y estudiaremos los casos donde ese mismo hilo se comporta como una carga puntual y cuándo lo hace como un hilo infinito. De esta manera se pretende mostrar que un mismo sistema físico puede considerarse finito, puntual e infinito y así proporcionar un ejemplo práctico y cuantitativo para la enseñanza de sistemas o modelos puntuales e infinitos en el campo de la física a un nivel preuniversitario. Al final del artículo se proporciona una simplificación del problema estudiando el campo eléctrico creado por un hilo finito en la mediatriz, lo cual puede resultar de utilidad para explicar este mismo problema de manera simplificada.

La novedad de este artículo reside en el hecho de estudiar un problema ampliamente conocido como es el campo eléctrico generado por un hilo finito de carga y particularizar los resultados al estudio de modelos puntuales e infinitos en física, lo cual no suele estar reflejado en la bibliografía correspondiente a esta rama de la electrostática. De esta manera, se pretende proporcionar una herramienta didáctica basada en un modelo de niveles de pensamiento (Pérez Rangel, 2021) que aúne varias ramas de conocimiento para mejorar el proceso cognitivo y enriquecer el aprendizaje significativo durante la etapa preuniversitaria como recomiendan artículos de referencia sobre didáctica de la física como Van Heuvelen (1991). Con este artículo, además, continuamos aportando recursos a la didáctica de la física, particularmente en el campo de la electrostática, el cual, históricamente conlleva una dificultad particular a estudiantes preuniversitarios y a raíz de esto, en los últimos años se vienen proponiendo varios trabajos para mejorar la labor docente en este campo de la física como Marino y De Greef (2021) y Lavor y Gomes Oliveira (2022).

## II. CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UN HILO FINITO

Antes de abordar el problema del cálculo del campo eléctrico generado por un hilo finito se deben tener conocimientos previos sobre electrostática como: distribuciones de carga puntuales y no puntuales (en este problema se aborda una distribución lineal, pero es conveniente conocer distribuciones superficiales y volumétricas); ley de Coulomb y expresión del campo eléctrico generado por una carga puntual; teorema de Gauss aplicado a electrostática (especialmente conveniente es el estudio del campo eléctrico generado por un hilo infinito (Marqués Villarroya, 2022)); y conocimientos matemáticos sobre integrales inmediatas y cálculo vectorial.

Consideremos un hilo finito de longitud  $L$  cargado con una densidad lineal de carga  $\lambda$  (C/m) positiva del que se pretende calcular el campo eléctrico que genera en un punto  $P$  como muestra la figura 1. El estudio del campo eléctrico generado por esta distribución de carga se puede encontrar en numerosa bibliografía clásica, como Alonso y Finn (1967). En este artículo veremos que ese campo eléctrico se reduce al campo creado por una carga puntual o al campo creado por un hilo infinito según las condiciones impuestas al sistema.

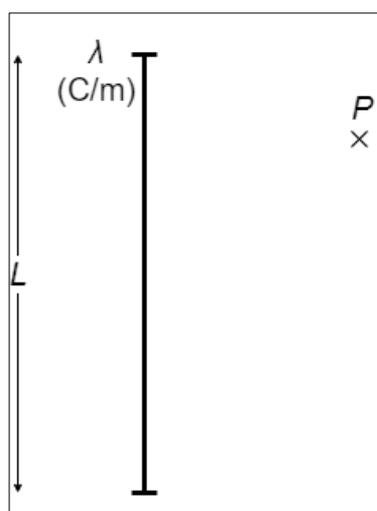


FIGURA 1. Hilo Finito de carga de longitud  $L$  y densidad lineal de carga  $\lambda$  (C/m).

Para calcular el campo eléctrico generado en el punto P tomamos un diferencial de carga ( $dq$ ) sobre un infinitesimal de longitud ( $dl$ ) del hilo cargado, de manera que en ese  $dl$  sí se puede considerar que tenemos una carga puntual  $dq$  que tiene el siguiente valor:

$$dq = \lambda \cdot dl \tag{1}$$

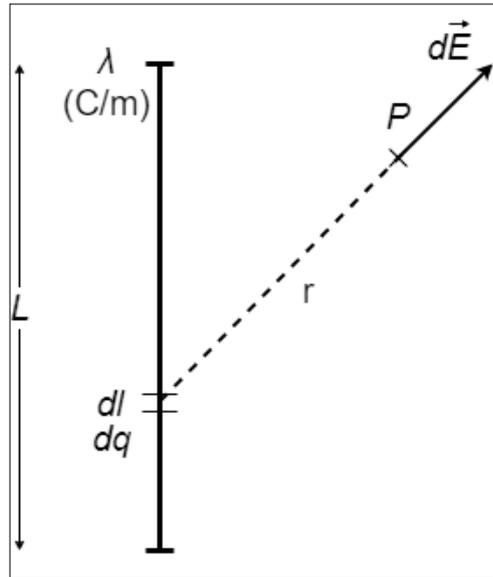


FIGURA 2. Campo eléctrico ( $d\vec{E}$ ) creado por un diferencial de carga ( $dq$ ).

Este diferencial de carga  $dq$  (carga puntual) generará un diferencial de campo eléctrico  $d\vec{E}$  en el punto P como muestra la figura

FIGURA 2, cuyo módulo vendrá dado por la expresión del campo creado por una carga puntual:

$$|d\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq}{r^2} \tag{2}$$

Definimos la distancia  $r$  como el segmento que une el diferencial de carga ( $dq$ ) con el punto P; la distancia  $x$  como la separación entre el punto P y el hilo (medida perpendicularmente); y  $\theta$  el ángulo que forman los segmentos  $r$  y  $x$ .

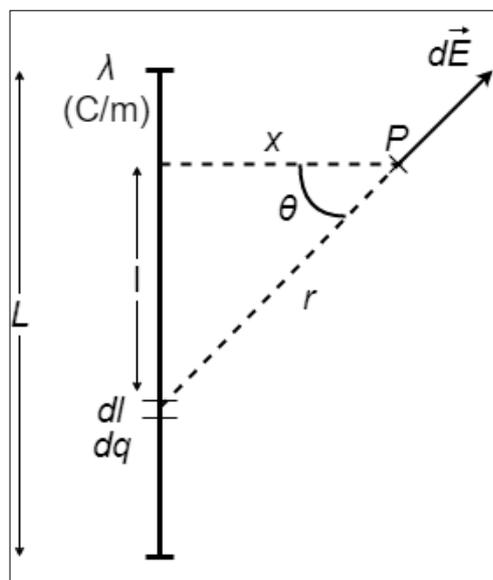


FIGURA 3. Distancia del hilo al punto P y dimensionamiento del problema.

Podemos establecer las siguientes relaciones trigonométricas de la figura 3, las cuales utilizaremos a lo largo del artículo:

$$\sin \theta = l/r = l/\sqrt{x^2 + l^2} \quad (3)$$

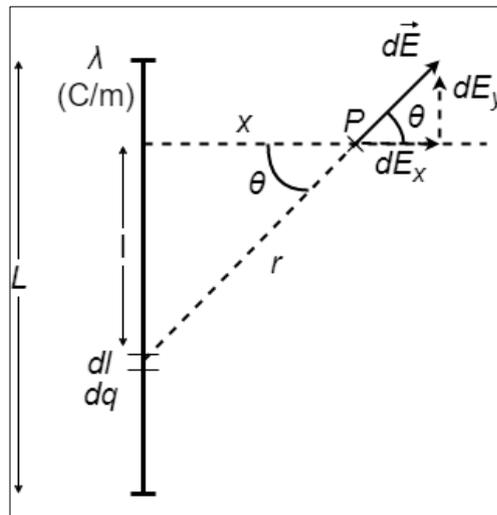
$$\cos \theta = x/r = x/\sqrt{x^2 + l^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta = l/x \quad (5)$$

Si derivamos la ecuación 5, obtenemos una relación entre  $d\theta$  y  $dl$ :

$$\frac{d\theta}{\cos^2 \theta} = \frac{dl}{x} \quad (6)$$

Para calcular el campo que genera todo el hilo debemos calcular primero el campo que genera el diferencial de carga, por lo que debemos proyectar el  $d\vec{E}$  en sus componentes como muestra la figura 4. Por conveniencia, situaremos el sistema de referencia de tal forma que el hilo y el punto  $P$  se encuentren sobre el mismo plano  $XY$ , de manera que las proyecciones del campo eléctrico se limiten a un solo plano (2 dimensiones).



**FIGURA 4.** Proyecciones del campo eléctrico  $d\vec{E}_x$  y  $d\vec{E}_y$

Por lo tanto, el campo creado por el  $dq$  sobre el punto  $P$  es:

$$d\vec{E} = dE_x\vec{i} + dE_y\vec{j} \quad (7)$$

Estudiemos por separado cada una de las componentes.

a) *Componente x:* de la figura 4 se extrae que:

$$dE_x = |d\vec{E}| \cdot \cos \theta \quad (8)$$

Sustituimos el  $d\vec{E}$  por su expresión (ecuación 2):

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq}{r^2} \cdot \cos \theta \quad (9)$$

Sustituimos ahora el  $dq$  y la  $r$  por sus valores calculados anteriormente en las ecuaciones (1) y (4):

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot dl}{(x/\cos \theta)^2} \cdot \cos \theta \quad (10)$$

Y, finalmente, realizamos el cambio de variable de  $dl$  a  $d\theta$  mostrada en la ecuación (6) y simplificamos:

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot \frac{x \cdot d\theta}{\cos^2 \theta}}{\left(\frac{x}{\cos \theta}\right)^2} \cdot \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot d\theta}{x} \cdot \cos \theta \quad (11)$$

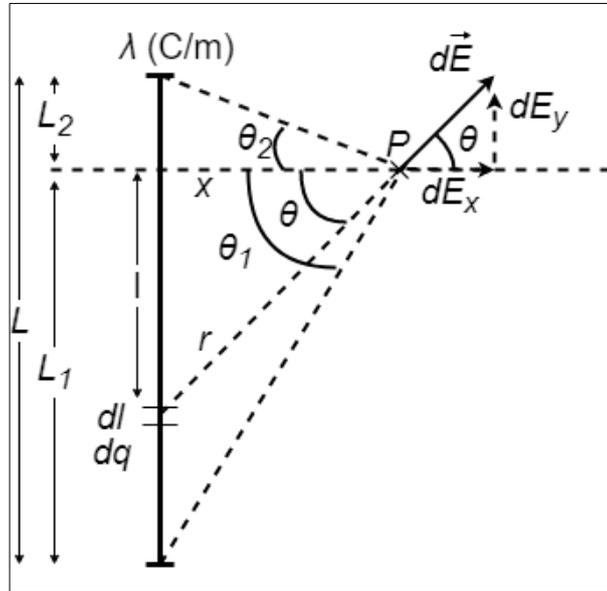


FIGURA 5. Límites del problema: longitudes  $L_1$  y  $L_2$ ; ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$

Para obtener el campo creado por todo el hilo debemos integrar en ambas partes de la igualdad entre los límites  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , como se muestra en la figura 5. El signo del ángulo  $\theta_2$  será positivo porque ese ángulo se define desde el segmento  $x$  hasta el segmento que une el punto  $P$  con el extremo superior del hilo y ese sentido coincide con el sentido en que se recorre la integral; por otra parte, el signo del  $\theta_1$  será negativo ya que ese ángulo se define desde el segmento  $x$  hasta el segmento que une el punto  $P$  con el extremo inferior del hilo y ese sentido es el opuesto al sentido en el que se realiza la integral (Snieder y van Wijk, 2010). Por lo tanto, obtenemos el siguiente resultado para la componente  $x$  del campo eléctrico:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \, d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} (\sin \theta_2 + \sin \theta_1) \quad (12)$$

b) *Componente y*: de la figura 4 se extrae que:

$$dE_y = |d\vec{E}| \cdot \sin \theta \quad (13)$$

Sustituimos el  $d\vec{E}$  por su expresión (ecuación 2):

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq}{r^2} \cdot \sin \theta \quad (14)$$

Sustituimos ahora el  $dq$  y la  $r$  por sus valores calculados anteriormente en las ecuaciones (1) y (4):

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot dl}{\left(\frac{x}{\cos \theta}\right)^2} \cdot \sin \theta \quad (15)$$

Y, finalmente, realizamos el cambio de variable de  $dl$  a  $d\theta$  mostrada en la ecuación (6) y simplificamos:

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot \frac{x \cdot d\theta}{\cos^2 \theta}}{\left(\frac{x}{\cos \theta}\right)^2} \cdot \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda \cdot d\theta}{x} \cdot \sin \theta \quad (16)$$

Para obtener el campo creado por todo el hilo debemos integrar en ambas partes de la igualdad entre los límites  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , como se muestra en la figura 5, obteniendo el siguiente resultado para la componente  $y$  del campo eléctrico:

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon x} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon x} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (17)$$

Por lo tanto, el campo creado por un hilo finito en cualquier punto del espacio viene dado por la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon x} ((\sin \theta_2 + \sin \theta_1)\vec{i} + (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)\vec{j}) \quad (18)$$

Si sustituimos ahora las funciones trigonométricas por su expresión obtenida en las ecuaciones (3) y (4) obtenemos la siguiente expresión del campo:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon x} \left( \left( \frac{L_2}{\sqrt{x^2+L_2^2}} + \frac{L_1}{\sqrt{x^2+L_1^2}} \right) \vec{i} + \left( \frac{x}{\sqrt{x^2+L_1^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+L_2^2}} \right) \vec{j} \right) \quad (19)$$

### III. APROXIMACIÓN AL CASO PUNTUAL

Consideremos que nos alejamos mucho del hilo, es decir, que  $x \gg L$ . A nivel intuitivo podemos llegar a la conclusión de que, al alejarnos mucho del hilo, éste se reduciría de tamaño hasta que lo veríamos como un punto y dejaría de tener dimensiones espaciales, aunque seguiría teniendo carga eléctrica, que tendría un valor de  $Q_{hilo} = \lambda L$ , por lo que se comportaría como una carga puntual. Veamos si realmente sucede esto a nivel cuantitativo. Consideremos que nos alejamos mucho del hilo como muestra la figura 6.

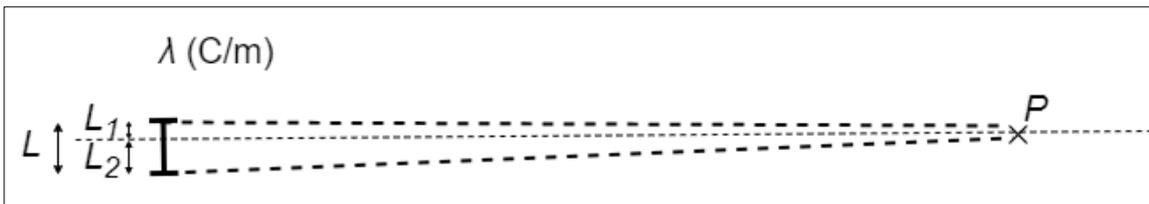


FIGURA 6. Aproximación de un hilo finito a un caso puntual: punto  $P$  muy alejado del hilo.

En este caso, podemos hacer las aproximaciones de  $x \gg L_1$  y  $x \gg L_2$ , por lo que la expresión (19) se puede reducir a la siguiente expresión ya que la suma que hay dentro de las raíces cuadradas se pueden simplificar:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon x} \left( \left( \frac{L_2}{\sqrt{x^2}} + \frac{L_1}{\sqrt{x^2}} \right) \vec{i} + \left( \frac{x}{\sqrt{x^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2}} \right) \vec{j} \right) \quad (20)$$

Como vemos, la componente  $j$  se anula y no contribuye al campo que genera el hilo en el punto  $P$  (muy alejado del hilo en este caso particular). La componente  $i$  nos queda:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon x} \left( \frac{L_2+L_1}{x} \vec{i} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon x^2} \vec{i} \quad (21)$$

Teniendo en cuenta que  $\lambda L$  es igual a la carga neta del hilo ( $Q_{hilo}$ ), nos queda:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_{hilo}}{x^2} \vec{i} \quad (22)$$

Esta última expresión se corresponde precisamente con la expresión del campo eléctrico de una carga puntual que se extrae de la Ley de Coulomb (Linares y Pages, 1997), por lo que queda demostrado que un hilo finito se comporta como una carga puntual cuando nos alejamos mucho del mismo.

#### IV. APROXIMACIÓN AL CASO INFINITO

Consideremos que nos acercamos mucho al hilo, es decir, que  $x \ll L$  y, por ende,  $x \ll L_1$  y  $x \ll L_2$  también. En este caso, intuitivamente apreciaríamos el hilo mucho más grande de lo que realmente es y en el caso límite se podría considerar un hilo infinito. Veamos si sucede esto estudiando el caso desde un punto de vista cuantitativo.

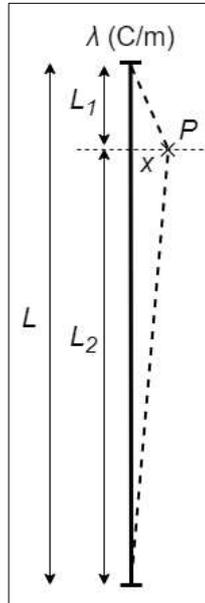


FIGURA 7. Aproximación de un hilo finito a un caso infinito: punto  $P$  muy próximo del hilo.

Al considerar que nos acercamos mucho al hilo podemos hacer las aproximaciones de  $x \ll L_1$  y  $x \ll L_2$ , que en el caso límite se haría tender  $x \rightarrow 0$ , por lo que la expresión (19) se puede reducir a la siguiente ecuación:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \left( \left( \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2}} + \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2}} \right) \vec{i} + \left( \frac{0}{\sqrt{L_1^2}} - \frac{0}{\sqrt{L_2^2}} \right) \vec{j} \right) \quad (23)$$

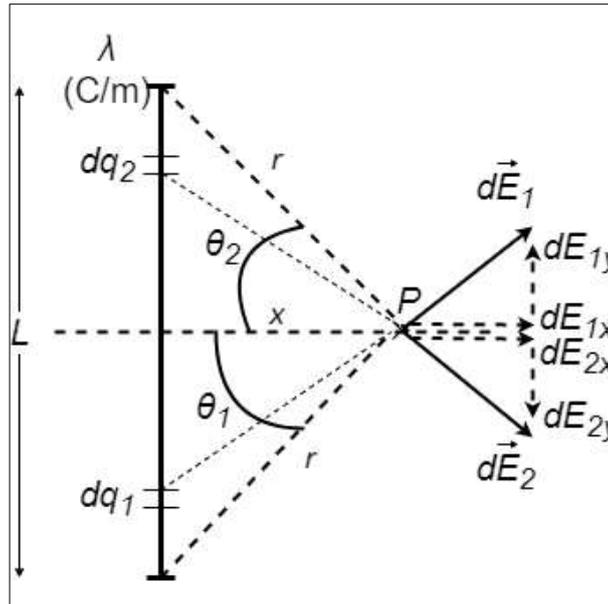
Como vemos en la expresión anterior la componente  $j$  se anula y no contribuye al campo que genera el hilo en el punto  $P$  (muy cerca del hilo en este caso particular). La componente  $i$  nos queda:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \left( \frac{L_2 L_1 + L_1 L_2}{L_2 L_1} \vec{i} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} 2\vec{i} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \vec{i} \quad (24)$$

Esta expresión es precisamente la del campo eléctrico que genera un hilo infinito de carga, que se puede deducir fácilmente aplicando el Teorema de Gauss para el campo eléctrico, lo cual no corresponde al interés particular de este artículo, pero puede verse desarrollado en libros de referencia como Llinares y Pages (1997) o en artículos más didácticos como Marqués Villarroya (2022). Por lo tanto, queda demostrado que un hilo finito se comporta como un hilo infinito cuando nos acercamos mucho al mismo.

#### V. SIMPLIFICACIÓN DEL PROBLEMA: CAMPO ELÉCTRICO EN LA MEDIATRIZ

Un caso particular y simplificado del problema anterior podría darse al estudiar el campo generado en la mediatriz del segmento. Supongamos que el punto  $P$  está situado sobre la mediatriz del segmento cargado de longitud  $L$  como muestra la figura 8.



**FIGURA 8.** Campo eléctrico generado por un hilo finito en la mediatriz

En ese caso  $\theta_2 = \theta_1$  y  $L_1 = L_2 = L/2$ , por lo que la expresión genérica (18) se puede reducir y simplificar a la siguiente:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} 2 \sin \theta \vec{i} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \sin \theta \vec{i} \quad (25)$$

También se puede obtener esta expresión analizando el problema directamente sobre la mediatriz siguiendo el razonamiento y los pasos seguidos en apartados anteriores.

Si expresamos el  $\sin \theta$  en función de  $L$  y de  $x$  obtenemos:

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{\lambda L/2}{x r} \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \frac{L}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + x^2}} \vec{i} \quad (26)$$

Como vemos en la expresión anterior, la componente  $\vec{j}$  no tiene contribución alguna sobre en el campo eléctrico generado en la mediatriz ya que por simetría se puede observar en la figura 8 que las componentes  $dE_y$ , de cualquier diferencial de carga del hilo se anulan entre el semieje superior e inferior del hilo, mientras que las componentes  $dE_x$  se suman contribuyendo de igual manera.

Para estudiar los límites de este sistema realizamos las mismas aproximaciones que en los apartados anteriores de este artículo. Consideremos en primer lugar que nos alejamos mucho del hilo, en este caso tendríamos que  $x \gg L$ , por lo que aplicando esta aproximación a la expresión (26) obtenemos el campo eléctrico generado por un hilo finito sobre la mediatriz cuando nos alejamos mucho del hilo:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \frac{L}{\sqrt{x^2}} \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda L}{x^2} \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_{hilo}}{x^2} \vec{i} \quad (27)$$

Esta expresión se corresponde a la del campo generado por una carga puntual, por lo que obtenemos el mismo resultado que obteníamos al estudiar el caso genérico del hilo finito: cuando nos alejamos mucho del hilo finito, este se comporta como una carga puntual.

En segundo lugar, consideremos que nos acercamos mucho al hilo, en este caso tendríamos que  $x \ll L$ , por lo que aplicando esta aproximación a la expresión (26) obtenemos el campo eléctrico generado por un hilo finito sobre la mediatriz cuando nos acercamos mucho al hilo:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \frac{L}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2}} \vec{i} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{\lambda}{x} \vec{i} \quad (28)$$

Esta expresión se corresponde a la del campo generado por un hilo infinito, por lo que obtenemos el mismo resultado que obteníamos al estudiar el caso genérico del hilo finito: cuando nos acercamos mucho al hilo finito, este se comporta como un hilo infinito.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha calculado el campo eléctrico creado por un hilo finito de carga en cualquier punto del espacio. A continuación, hemos particularizado el mismo problema para el caso en el que nos alejamos mucho del hilo y realizando las aproximaciones y simplificaciones necesarias hemos llegado a una expresión del campo eléctrico que se corresponde precisamente con la expresión del campo creado por una carga puntual, es decir, en este caso podemos considerar el sistema físico como una carga puntual ya que se comporta como tal. A continuación, se ha particularizado el problema para el caso en el que nos acercamos mucho al hilo y realizando las aproximaciones y simplificaciones pertinentes hemos obtenido una expresión analítica del campo eléctrico que se corresponde con la expresión del campo creado por un hilo infinito, es decir, en este caso se puede considerar el mismo sistema físico (un hilo finito) como uno infinito. Finalmente se ha particularizado el problema para calcular el campo en la mediatriz, lo cual reduce significativamente la complejidad del problema y proporciona a los docentes una herramienta útil para poder aplicar en cursos preuniversitarios donde el estudio completo y genérico del hilo finito puede resultar demasiado complejo.

Por lo tanto, en este artículo se puede ver de forma analítica y cuantitativa que un mismo sistema físico (el hilo finito de carga) se puede considerar finito en su versión más general (también es la expresión más compleja matemáticamente hablando); pero también como un sistema infinito o puntual en sus versiones simplificadas del problema. Esto muestra que los modelos de sistemas puntuales e infinitos en física son meramente modelos y aproximaciones que realizamos para poder estudiar un problema de manera más sencilla, de hecho, en ocasiones se aplican estos modelos para que el problema sea resoluble ya que el estudio del sistema real puede llegar a ser muy complejo.

La conclusión, por tanto, es que todo sistema real que se presenta en la naturaleza es generalmente complejo de estudiar y analizar, de tal forma que en ciertas ocasiones es imposible de abordar de forma analítica, de manera que en nos vemos obligados a realizar simplificaciones del problema para que este sistema se pueda considerar un sistema puntual o infinito que facilita el estudio del mismo. En este artículo hemos demostrado con un ejemplo práctico que estas aproximaciones son plenamente válidas en las condiciones adecuadas. Este proceso se realiza muchas veces en el campo de la física y es importante que todo aquel que quiera adentrarse en este mundo comprenda los modelos que se utilizan y las limitaciones que presentan.

## REFERENCIAS

Alonso, M. y Finn, E. (1967). *Física*. Buenos Aires: Fondo Educativo Interamericano.

Gil Díez, J. (2002). *Electricidad y magnetismo*. Madrid: Santillana.

Halliday, D. y Resnick, R. (1961). *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería*. New York: John Wiley & Sons.

Lavor, O. P. y Gomes Oliveira, E. A. (2022). Discutiendo electrostática a través de una sequência de ensino investigativa. *Revista De Enseñanza De La Física*, 85-91.

Llinares, J. y Pages, A. (1997). *Electromagnetismo y semiconductores*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

Marino, L. A. y De Greef, M. (2021). Enseñanza de electrostática en la virtualidad mediante el aula invertida. *Revista De Enseñanza De La Física*, 431-439.

Marqués Villarroya, D. (Diciembre de 2022). Propuesta didáctica sobre el Teorema de Gauss: Teoría y aplicaciones prácticas para el cálculo del campo eléctrico. *Latin American Journal of Physics Education*, 16(4), 1-14.

Pérez Rangel, A. (2021). Modelo de niveles de pensamiento y recursos cognitivos de aprendizaje para la enseñanza de la física. *Revista De Enseñanza De La Física*, 33(3), 115-128.

Snieder, R. y van Wijk, K. (2010). *Visita guiada de métodos matemáticos para las ciencias físicas*. Cambridge: Prensa Universidad de Cambridge.

Tipler, P. A. y Mosca, G. (2006). *Física para la ciencia y la tecnología*. Barcelona: Reverté.

Tipler, P. A. y Mosca, G. (2010). *Física preuniversitaria*. Madrid: Reverté.

Van Heuvelen, A. (1991). Learning to think like a physicist: A review of research based instructional strategies. *Am. J. Phys.*, 59, 891.